# Eine vernachlässigte Kunst: Motivation im Mathematikunterricht *

**Alfred S. Posamentier**
**The City College of the City University of New York**

Die Kunst Schüler zum Lernen zu motivieren, beginnt bei der Vorbereitungsarbeit des Lehrers.

Bei der Überlegung, wie man Schüler dazu bewegen kann, lernen zu wollen denkt man oft zuerst an die "äußerlichen Methoden der Motivation". "äußerlich" deshalb weil sie nicht die inneren Bedürfnisse des Schülers nach Wissen, sondern eben seine äußeren nach Lob, Anerkennung, Belohnung, etc. ansprechen.

Dennoch gibt es viele Schüler, die sehr wohl "innerliche" Ziele verfolgen. Sie wollen Aufgaben verstehen (aufgabenbezogen), andere übertreffen (ichbezogen) oder andere beeindrucken (sozialbezogen); wobei es bei der letztgenannten Gruppe schwierig zu sagen ist, ob sie ein äußerliches oder innerliches Ziel verfolgen.

Will man die "innerlichen Antriebe" kategorisieren, so ergeben sich folgende Gruppen:

**Schüler, die Fähigkeiten entwickeln wollen**
Eine Herausforderung reizt Schüler oft weit mehr, als die Erledigung von Routinearbeit. Eine Hausübung, die mit "nur für Könner" betitelt ist, verleitet Schüler sogar dazu ihre üblichen Hausübungen zu vernachlässigen, weil sie einen großen Teil ihrer Zeit dem Lösen der schwierigen Aufgabe widmen.

**Schüler, die gespannt sind auf Neues**
Es ist eine menschliche Eigenschaft, neue Herausforderungen mit Hilfe der bereits vorhandenen Erfahrungen meistern zu können. Das bestätigt die eigenen Fähigkeiten; dadurch wird die Neugierde des Schülers, ungewöhnliche Anforderungen zu lösen angeregt, was eine wichtige Form der Motivation darstellt.

**Schüler, die unabhängig sein wollen**
Der eigene Wunsch, ein Problem oder eine Aufgabestellung zu lösen, ist ein weit größerer Antrieb als das Gefühl, etwas leisten zu müssen, weil ein anderer es von ihm fordert.

**Schüler, die entsprechend ihrer eigenen sozialen Werte reagieren**
Jeder Schüler hat gewisse eigene moralische Wertvorstellungen, die im Laufe der Jahre - meist durch Erziehung - seine Persönlichkeit prägen. Ein Kind, das von den Eltern lernt, daß harte Arbeit gut ist, wird diesen Wert als Motiv zu Leistung akzeptieren.

Unsere Aufgabe als Lehrer ist es nun, diese Grundmotive, die ja schon in den Schülern verwurzelt sind, zu verstehen und optimal anzusprechen.

Die folgenden Beispiele werden zeigen, wie dieses Wissen auf den Mathematikunterricht angewendet werden kann. Sie sind Denkanstöße, die jederzeit - je nach Persönlichkeit des Schülers - erweitert ergänzt oder ausgebaut werden können und sollen.

Eine der schwierigsten Aufgaben des Mathematiklehrers ist es, Schüler für eine bestimmte Unterrichtsstunde wirklich zu interessieren. Kreativität und Vorstellungsvermögen sind Grundvoraussetzungen beim Planen der Motivation. Wenn auch heutzutage das Spektrum der Schüler ein sehr breites ist, so ist es dennoch umso wichtiger, ihre Wünsche und Interessen einzubeziehen, wozu genau der Geomtrieunterricht wegen seiner Anschaulichkeit geeignet erscheint, weil er leicht das Interesse im Schüler weckt. Dies ist aber leider nicht der Fall, weil ein Großteil des Stoffes darin besteht, Lehrsätze zu beweisen und in weiterer Folge auf künstliche Probleme anzuwenden. Die Motivation darf sich nicht an den Schülern orientieren, die von vorherein Interesse mitbringen.

Das Geheimnis guter Motivation ist es, die Interessen der Schüler zum Lernziel hin zu kanalisieren. In diesem Beitrag werden einige Techniken vorgestellt die für Schüler ab den sechsten Schuljahr geeignet sind.

Acht verschiedene Techniken werden an Hand von Beispielen aus Algebra und Geometrie besprochen. Nicht die Beispiele sind wichtig, sondern die Techniken, den die sollen als Basis für wietere Anwendungsgebiete ein fester Bestandteil des Repertoires sein, aus dem ein guter Lehrer immer wieder schöpfen kann.

*Methode I*: **Eine Lücke im Wissen des Lernenden aufzeigen**

Dies bedeutet, daß man den Schülern bewußt macht,daß ihnen in ihrem Wissen etwas fehlt, ohne es ausdrücklich zu sagen - sie sollen von selbst darauf kommen.

*Beispiel:*

Löse die folgenden Gleichungen:

$3x + 5 = 7$

$6x^2 + 7x = 3$

$x^2 - x - 1 = 0$

$x^3 - 3x + 1 = 0$

Möchte man z.B. kubische Gleichungen unterrichten, so könnte man folgendermaßen beginnen: Man verlangt, daß der Schüler die oberste Gleichung, die sehr leicht ist, löst: $3x + 5 = 7$. Das können hoffentlich fast alle im Kopf ausrechnen.

Die zweite Gleichung, die etwas schwieriger ist, ist immer noch ohne mathematische Formeln zu lösen: $6x^2 + 7x = 3$.

Die dritte ist noch schwieriger: $x^3 - x - 1 = 0$. Die jenigen, die Mathematik mögen, werden möglicherweise erkennen, daß es sich hierbei um einen sogenannten "Goldenen Schnitt" handelt.

Die Schüler sollten diese drei Gleichungen ohne große Schwierigkeiten leicht lösen können. Nun kommen wir allerdings zur vierten Gleichung. Hierbei handelt es sich um eine kubische Gleichung, welche die Schuler höchstwahrscheinlich nicht mehr lösen können: $x^3 - 3x + 1 = 0$.

An dieser Stelle werden die Schüler erkennen, nachdem sie die vorhergehenden drei Gleichungen leicht lösen konnten, daß sie Schwierigkeiten haben. Sie hatten vorher das Gefühl einer gewissen Stärke im Lösen von Gleichungen,welches nun vorbei ist. Und nun sollte ganz von selbst von innen heraus eine Motivation kommen, die Sache bewältigen zu können. Wir haben ihnen mit keiner Begründung vorgeschrieben, daß sie in der Lage sein müssen, kubische Gleichungen zu lösen. Sie erkennen von sich aus ihre Wissenslücke und wollen sie füllen. Das ist die normale Reaktion eines jeden Menschen, auch ein Briefmarkensammler wird fehlende Marken ergänzen wollen.

*Beispiel:*

Finde die folgenden Werte heraus:

$\sin 30^\circ =$

$\cos 60^\circ =$

$\cos 75^\circ =$

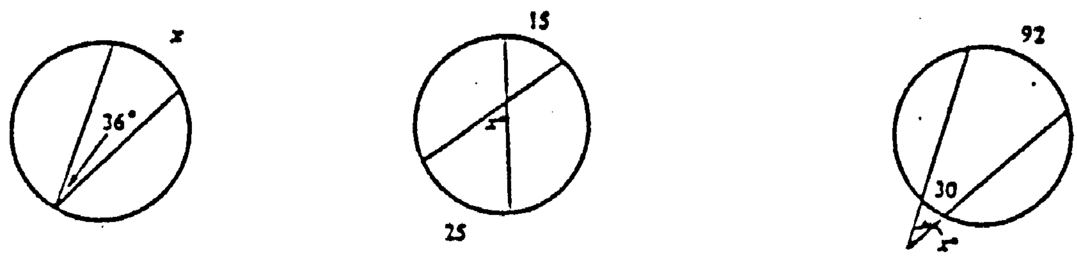
$\cos 105^\circ =$

Ein anderes Beispiel für den selben Fall: Angenommen der Lernende soll den Kosinus von 105° finden. Die ersten drei Beispiele sind (mit geringen Vorkenntnissen) leicht lösbar: Sinus 30° werden viele auswendig wissen, das ist 1/2. Analog Kosinus 60° ist auch 1/2. Der Kosinus von 75° ist im Buch oder in einer Tabellensammlung zu finden: das ist 0,2558. Doch Kosinus 105° ist nicht mehr so einfach: die Tabellen enden bei 90°.

Aus dem bloßen Anblick der Beispiele kann der Lernende nicht den Schwierigkeitsgrad erkennen, alle sehen gleich aus. Es ist der gleiche Fall wie zuvor bei den Gleichungen. Ein geringer Unterschied war die Ursache für eine größere Schwierigkeit. Auch hier wird der Lernende wieder dahin geführt, daß er von sich aus unbedingt den Kosinus von 105° wissen will, ohne daß man ihn dazu zwingt.

Die gleiche Methode kann man auch in der Geometrie anwenden. Zum Beispiel möchte man einen Winkel finden,dessen Scheitel am Kreis anliegt:

*Beispiel:* 1. 2. 3.




Das ist leicht, die Schüler sollten das sofort können. Auch wenn sich der Scheitel des Winkels irgendwo innerhalb des Kreises befindet, ist das Problem lösbar. In diesem Beispiel nun sollen die Schüler dazu motiviert werden, das dritte Beispiel, in dem der Scheitel des Winkels außerhalb des Kreises ist, zu lösen. Dies geschieht auch hier wieder, indem sie die ersten beiden Beispiele lösen können und das dritte nicht. Man erreicht viel mehr, indem man den Schülern nicht sagt, daß sie etwas nicht wissen, sondern indem man sie selbst erkennen läßt, was sie nicht wissen.

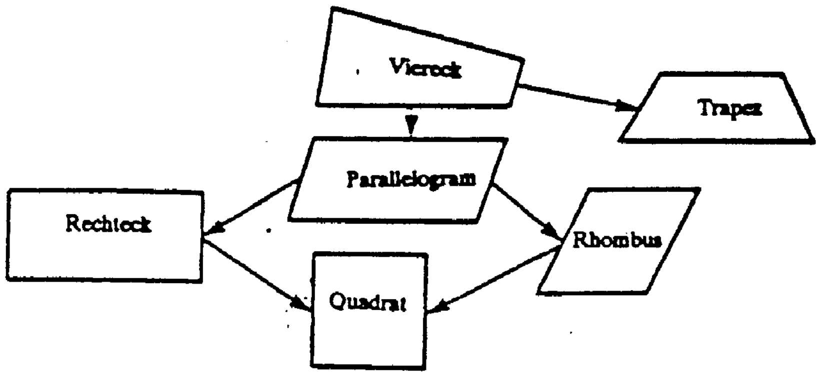
In den oben gezeigten Beispielen wird nun der Wert von x gesucht. Im ersten Beispiel ist x ein Teil des Kreises, im zweiten Fall ist x der gesuchte Winkel im Kreis und im dritten Fall der Winkel außerhalb des Kreises.

*Methode II*: **Sequential Achievement**

Die nächste Form der Motivation kann man "Sequential Achievement"(schrittweise Aneignung) nennen.

Die Lernenden bevorzugen es, wenn das Lernen der Reihe nach geht. Es ist sehr wichtig, daß sie den Überblick haben, wo sie waren, wo sie jetzt sind und wo sie hinkommen werden.

*Beispiel:*




Hier sind verschiedene Vierecke. Sie sind allgemein bekannt, auch die Bezeichnungen sind gängig.

In der Mathematik ist es nun wichtig, daß der Schüler, der zum Beispiel vom Parallelogramm lernt, auch weiß, wo es im Zusammenhang mit den anderen Vierecken einzuordnen ist. Wenn er den Gesamtüberblick hat, kann er erkennen, daß ein Quadrat bestimmte Eigenschaften besitzt, die auch ein Parallelogramm und ein Rhombus haben.

Hier soll jetzt nicht das Beispiel relevant sein, sondern das Prinzip. Es ist wichtig den Überblick zu bewahren. Kommen wir zum Beispiel des Markensammlers zurück: er ist dann am zufriedensten, wenn er genau weiß, in welcher Reihenfolge die Marken zusammengehören, wenn er sie numeriert hat und sie präzise an einer bestimmten Stelle einordnen kann. Das ist wieder eine Eigenschaft des Menschen: er neigt dazu, alles in einer gewissen Ordnung haben zu wollen. Der Mensch will Unsicherheit reduzieren.

In der Mathematik ist es nicht immer leicht, den Schülern diesen Überblick zu vermitteln. Man kann ja nicht sagen "Das wißt Ihr jetzt noch nicht, aber übermorgen werdet ihr das lernen".

Es erfordert ein Fingerspitzengefühl des Lehrers, zu wissen, welche Art von Motivation für eine bestimmte Unterrichtssituation wie aufzubauen ist. Man muß es immer wieder so einzurichten versuchen, die Motivation in der oben beschriebenen Weise entstehen zu lassen. Die Hauptsache ist allerdings, daß man als Lehrer weiß, daß nicht jede Art von Motivation zu jeder Zeit benutzt werden kann. Man muß jene Motivationsform finden, die am besten für den jeweiligen Stoff geeignet ist.

*Methode III*: **Eine Herausforderung präsentieren**

Das soll die Herausforderung der Lernenden bedeuten ohne sie abzuschrecken. Es soll ein Anreiz sein.

*Beispiel:*

Was würdest Du eher haben wollen:

A) $ 100,000.00 pro Tag, 31 Tage lang;

oder

B) 1.Tag: 1¢

2.Tag: 2¢

3.Tag: 4¢

4.Tag: 8¢

5.Tag: 16¢

.

.

.

bis zum 31. Tag.

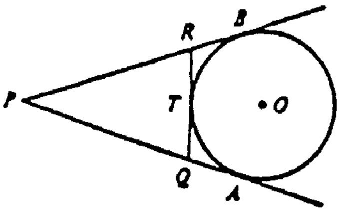
Man stelle seinen Schülern diese Frage und sie wählen dann gewöhnlich die erste Möglichkeit (A). Ihre Entscheidung begründen sie dann "Ich bin nie sicher, ob ich 31 Tage leben werde. So bin ich nach 2, 3 oder 10 Tagen besser dran".

Selbstverständlich hat man mathematisch mit der Möglichkeit (B) wesentlich mehr, denn nach 31 Tagen erhält man über 21 Millionen Dollar ($21,474,836.47; nach Möglichkeit (A) hat man "nur" $3,100,000.00).

Die Frage, die jetzt an die Klasse gestellt ist, lautet: Wie kann ich das jetzt wissen? Muß man jetzt addieren 1 + 2 + 4 + 8 + 16 +...? Das ist natürlich stumpfsinnig. Das kann die Klasse auch ohne Lehrer.Nun erhebt sich die Frage, wie man das ausrechnen kann, ohne die mühsame Additionsarbeit machen zu müssen. Diese Art von Motivation, nämlich durch Herausforderung, ist eine sehr starke Art von Motivation.

Noch ein anderes Problem, das sich eignet wenn man in der Geometrie über Tangenten sprechen möchte:

*Beispiel:*




Gegeben: AQP, BRP und QTR sind in den Punkten A, B und T, Tangenten zum Kreis O.
Die Länge von AP = 18.

Gesucht: den Umfang des Dreiecks PQR.

Wir haben einen Kreis mit 3 Tangenten und die Länge von PA mit 18 angegeben. An dieser Stelle glauben die Schüler, daß sie zu wenig über die Figur wissen, und sie können das Problem auch in den meisten Fällen nicht lösen. Man sollte die Schüler hier nicht sehr quälen, sondern abbrechen und ihnen den Lösungsweg zeigen. Es ist nämlich nicht wichtig, daß sie es können, sondern es ist wichtig, daß sie sehen, daß sie das Wissen dazu brauchen: Sie müssen über die Eigenschaften von Tangenten lernen. Und damit haben sie die Motivation dafür: Wenn sie etwas über Tangenten lernen, dann können sie dieses Problem lösen.

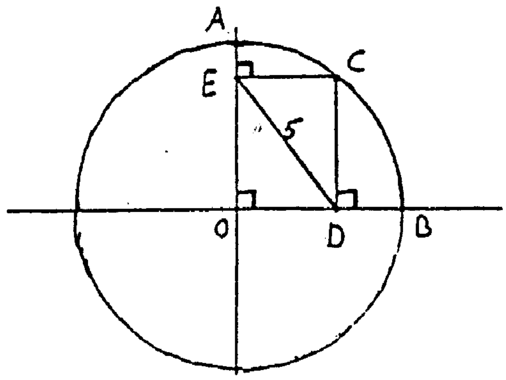
Hier die Lösung:

Die zwei Tangenten PA und PB sind gleich lang. Die Strecken AQ, QT, TR und RB sind alle gleich lang, da es sich um Tangenten handelt, die einander begrenzen. Wenn PA (=PQA) 18 ist, dann muß auch PQ + QT die Länge 18 haben. Durch die symmetrische Anordnung haben damit auch PR+RT die Länge 18, und damit haben wir auch schon den Umfang des Dreiecks PQP: 2 • 18 = 36.

Wichtig ist nicht wie man es macht,sondern daß man Wissen über Eigenschaften von Tangenten braucht,um dieses Problem lösen zu können - und dadurch werden auch die Schüler herausgefordert.

Wir wollen hier eine sehr leichte Aufgabe für dieselbe Art von Motivation vorschlagen:

*Beispiel:*




Gegeben: Länge ED = 5

Gesucht: Kreisinhalt

Die Formel zum Berechnen des Kreisinhaltes ist den Schülern bekannt: $F = r^2\pi$. Aber die Längen OB oder OA sind nicht gegeben. Es ist auch nicht bekannt, wieviel Grad der Arcus BC hat oder die Länge von DC. Das wäre der Sinus.

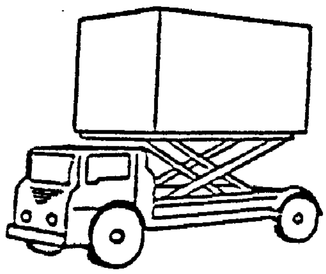
In dieser Unterrichtseinheit will der Lehrer die Schüler allerdings für die Verhältnisse eines Rechtecks interessieren (was den Schülern natürlich nicht bekannt ist). Zur Lösung des Problems muß man nur erkennen, daß die Länge ED, die gegeben ist, genauso groß ist, wie die Länge OC (!) und damit haben wir bereits den Radius des Kreises. Einfach deshalb, weil in jedem Rechteck die Diagonalen gleich lang sind. Und mit dem Radius ist der Inhalt bereits berechenbar.

Die nächste Methode zur Motivation ist, daß man zeigt, daß Mathematik im realen Leben oft sehr hilfreich ist. Wenn man das vor den Lernenden so sagt, lachen sie meistens. Wenn man es ihnen zeigt, ohne es auszusprechen, so sind sie statt zu lachen, motiviert.

*Methode IV*: **Die Nützlichkeit eines Gebietes aufzeigen**

Hier ist die Skizze eines Lastautos, wie es auf Flughäfen zu sehen ist. Es transportiert die wichtigsten Sachen, die in ein Flugzeug eingeladen werden sollen, (z. B. das Essen). Die Ladung muß immer waagerecht gehalten werden, damit sie nicht durcheinander kommt oder beschädigt wird. Die Frage ist: Wie muß das Gestell beschaffen sein, um sich immer parallel zum Boden zu halten?

*Abbildung:*



Das sind Dinge, die im zukünftigen Unterricht studiert werden.

In den Vereinigten Staaten wird sehr häufig "Recreational Mathematics" (Unterhaltsame Mathematik) betrieben - natürlich nicht übertriebenermaßen - um die Studierenden zu motivieren. Der Begriff "Unterhaltsame Mathematik" reizt die Schüler zum Lachen, sie glauben nicht, daß man sich mit Mathematik unterhalten kann.

Es ist sehr wichtig, daß man nicht übertreibt, wenn man eine derartige Art der Motivation benutzt. Es muß alles mit Maß und Ziel erfolgen, der Lehrer muß aufpassen, daß die Schüler nicht zu sehr auf diese Art der Unterhaltung schauen und darüber den Stoff vernachlässigen. Es soll eine Hilfe sein, nicht Selbstzweck.
Hier ein Beispiel für eine niedere Klassenstufe: gekürzte Brüche:

*Methode V:* **Unterhaltsame Mathematik benutzen**

*Beispiel:*

Kürze die folgenden Brüche auf den niedrigsten Nenner:

$$\frac{16}{64} = \frac{1\cancel{6}}{\cancel{6}4} = \frac{1}{4}$$

$$\frac{19}{95} = \frac{1\cancel{9}}{\cancel{9}5} = \frac{1}{5}$$

$$\frac{26}{65} = \frac{2\cancel{6}}{\cancel{6}5} = \frac{2}{5}$$

$$\frac{49}{98} = \frac{4\cancel{9}}{\cancel{9}8} = \frac{4}{8} = \frac{1}{2}$$

Hier sind vier Beispiele, Brüche zu kürzen, allerdings nicht auf dem üblichen Weg.

Wir haben 16/64. Jeder weiß,daß das 1/4 ist. Aber man kann auch auf den gekürzten Bruch kommen, indem man im Zahler und Nenner die gleiche Ziffer, hier die 6 ausstreicht. Das gleiche gilt für die anderen oben genannten Brüche. Bei 19/95 durch streichen der 9, usw..
Ein englischer Mathematiker hat das "howlers" genannt (Maxwell, E. A.: *Fallacies in Mathematics*. Cambridge University Press, 1963). "Howlers" bedeutet, daß ein Mathematiklehrer heult, wenn er einen Schüler so etwas machen sieht.

Das hier sind die einzigen vier Beispiele, die es für zweistellige Brüche gibt,für die dieses gilt.

Von dieser "lediglich" guten Unterhaltung ausgehend bringt man jetzt den richtigen Lernstoff. Mathematik kann auch Spaß machen, es muß nicht immer ernst zugehen. Der pädagogisch-psychologische Einfluß von Humor zur Aktivierung kapazitätserweiternder positiver Emotionen zwecks angstfreien Lernens gilt als gesichert.

Ein anderes Beispiel, für den Unterricht über Kreisinhalt bzw. Kreisringinhalt:

*Abbildung:*

Hier sind verschiedene konzentrische Kreise mit demselben Mittelpunkt gegeben. Die Distanz zwischen den einzelnen Kreisen ist jeweils gleich groß. Die Frage lautet nun, welche der beiden schraffierten Flächen größer ist: die innere Kreisfläche oder die äußere Kreisringfläche. Erfahrungsgemäß sehen die Schüler die innere kreisförmige Fläche als die größere an. Im Laufe des nun folgenden Unterrichts werden sie jedoch erkennen, daß sie unrecht haben.

Das Wichtigste, wenn man irgendetwas zur Motivation heranzieht, ist die Art und Weise, wie man es der Klasse vorstellt. Dazu muß der Lehrer erstens selber davon überzeugt sein, und zweitens muß er ein guter Schauspieler sein. Es muß immer interessant klingen, er muß immer Wege finden, um die Dinge in einer interessanten Art vorzustellen. Ist z.B. im Unterricht der Kreisinhalt Thema, so ist das für den Lehrer nicht unbedingt das Interessanteste in der Mathematik. Und doch muß er immer wieder viele verschiedene interessante Möglichkeiten finden, den Stoff ansprechend darzubieten.

In unserem oben angeführten Beispiel können die Schüler dann im Laufe des Unterrichts sehen, daß beide schraffierten Flächen gleichgroß sind. Sie werden es schwer glauben, denn es sieht wirklich nicht so aus.

*Methode VI*: **Eine dazu passende Geschichte erzählen**

Eine weitere Art der Motivation, die von Schülern bevorzugt wird, ist das Erzählen einer Geschichte. Solche Geschichten können interessant oder auch nur amüsant sein. Wesentlich ist, daß die Schüler nicht das Gefühl haben, man hätte die Geschichte als ein *Muß* für den Einstieg vorbereitet. Die beste Art, solch' eine Geschichte zu erzählen ist, sie so zu bringen als wäre es ein Witz, den man einem Freund erzählt. Dann beginnt man nämlich automatisch, sie zu verbessern und anzureichern und gerade das macht sie dann so fesselnd. Wichtig ist nur, daß sie interessant ist und mit dem Unterrichtsstoff direkt zusammenhängt.

Gerade in der Mathematik gibt es viele solcher Geschichten. Es gibt ganze Bücher, die nur davon handeln. Sie eignen sich bestens, den Unterricht aufzulockern und die Schüler zu motivieren.

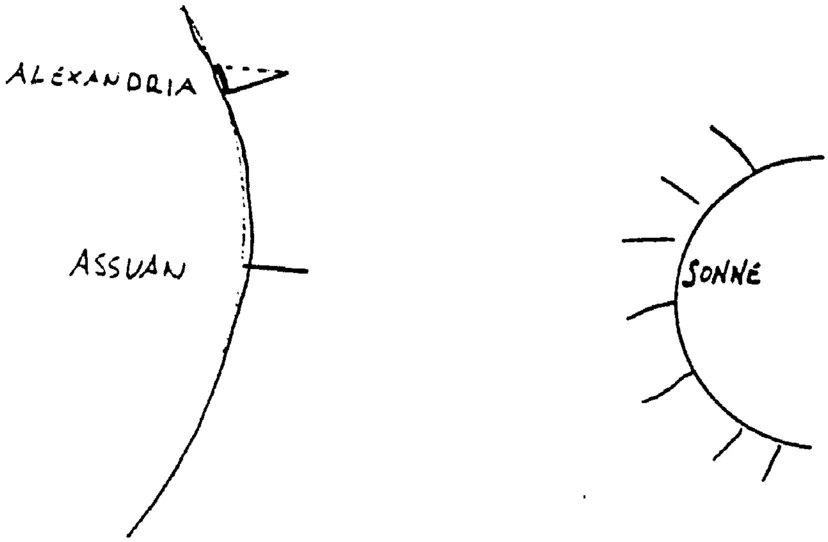
Zum Beispiel gibt es über Carl Friedrich Gauss, der allgemein bekannt sein dürfte, folgende Geschichte:Als er 10 Jahre alt war und noch zur Schule ging, wollte sein Lehrer die Klasse irgendwie beschäftigen und gab den Schulern die Aufgabe,die Zahlen 1 bis 100 zu addieren. Nach sehr kurzer Zeit meldete sich Gauss als fertig. Der Lehrer glaubte ihm nicht,ein 10jahriges Kind kann nicht derart schnell addieren,aber das Ergebnis war korrekt.Was hatte Gauss getan? Er sollte addieren: $1 + 2 = 3 + 3 = 6 + 4 = 10 + 5 = 15 + 6 = ...$ usw., statt dessen hatte er erkannt, daß $1 + 100 = 101$, $2 + 99 = 101$, $3 + 98 = 101$ usw. ist, bis $49 + 52$ und $50 + 51$. Damit hatte er $50 \cdot 101$, und das ist ja recht rasch auszurechnen (5050).

Diese Geschichte leitet sehr leicht eine Diskussion über das Summieren von endlichen Reihen ein.

Eine andere Geschichte,die ebenfalls wahr ist:

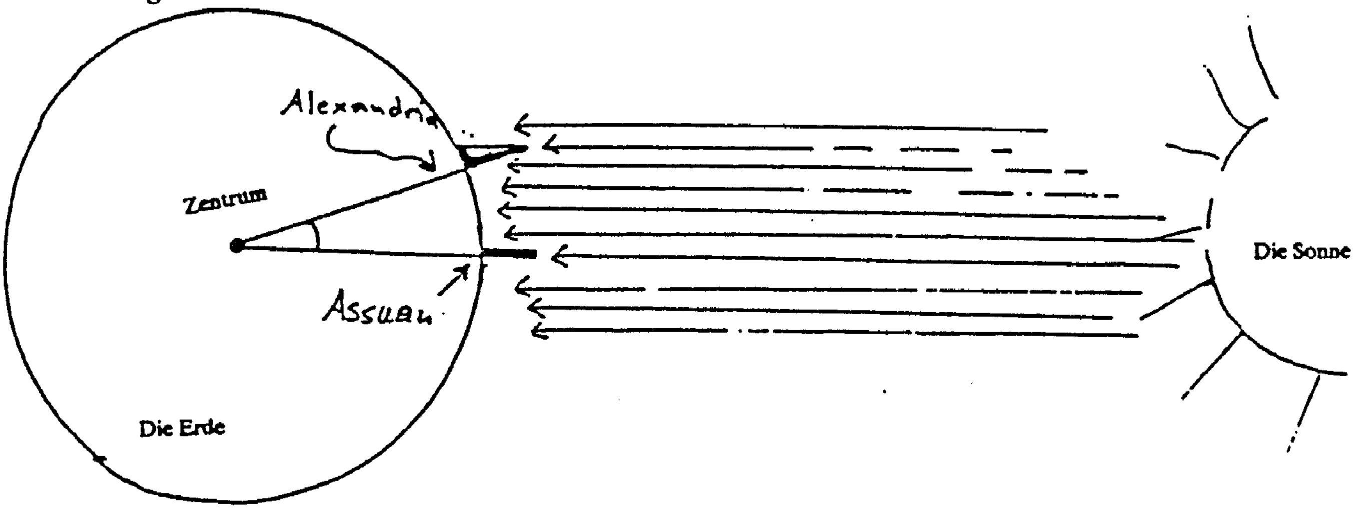
Eratosthenes (ca.230 v. Chr.) wollte den Umfang der Erde herausfinden.Dazu benutzte er folgende Methode: Ihm war aufgefallen,daß an einem bestimmten Tag in Assuan die Sonne derart am Zenit stand, daß ein lotrecht in den Boden gesteckter Stab überhaupt keinen Schatten warf; am selben Tag und zur selben Zeit jedoch warf ein, im etliche Kilometer weiter nördlich liegenden Alexandria, ebenfalls lotrecht in den Boden gesteckter Stab doch einen Schatten von einer gewissen Länge.

*Abbildung:*




Eratosthenes ging von der Annahme aus, daß die Sonnenstrahlen parallel zueinander sind. Diese Annahme war nicht richtig, sie sind nicht ganz exakt parallel, aber dieser Fehler ist vernachlässigbar, er bedingte nur eine geringe Ungenauigkeit. Jedenfalls konnte er bei gleichlangen Stäben durch die Länge des Schattens den Winkel der Sonneneinstrahlung ausrechnen.

*Abbildung.*

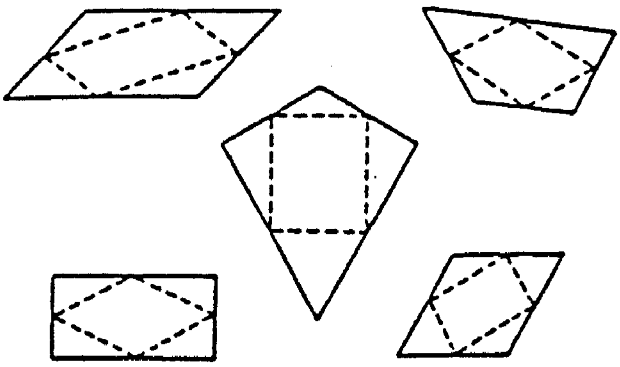



Da die Entfernung zwischen Assuan und Alexandria ihm ebenfalls bekannt war (ca.5000 Stadien),konnte er so den Erdumfang ausrechnen. Er gab ihn mit ca. 250.000 Stadien an, das ist nicht ganz exakt, aber für die damalige Zeit hervorragend.

*Methode VII*: **Der Reiz von mathematischen Kuriositäten**

Schüler aktiv in das Experimentieren mit mathematischen Kuriositäten einbeziehen. Das bedeutet, die Schüler sollen mit seltsamen, eigenartigen mathematischen Sachverhalten experimentieren.

*Abbildung:*



Es gibt in der Geometrie einen interessanten Sachverhalt: Wenn man die Seiten eines beliebigen Viereckes halbiert und diese Punkte miteinander verbindet, dann erhält man immer ein Parallelogramm. Das soll nun im Unterricht den Schülern vermittelt werden.

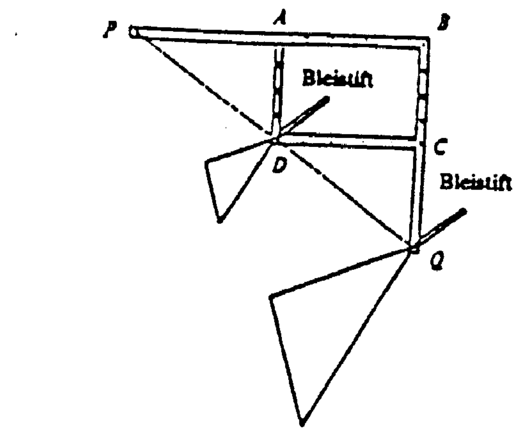
Zuvor hat man folgendes unterrichtet: Wenn man bei einem Dreieck zwei Seiten halbiert und die so entstandenen zwei Punkte miteinander verbindet, dann ist diese Gerade parallel zur gegenüberliegende Seite des Dreiecks, und halb so lang.

Man trägt den Schülern nun auf, ein Viereck zu zeichnen. Es soll ein beliebiges Viereck sein, jeder soll eines für sich zeichnen. Man sollte darauf achten, daß keine zwei gleichen Vierecke gezeichnet werden. Dann soll jeder bei seinem Viereck die Seiten halbieren und diese vier Seitenmittelpunkte miteinander verbinden. Und nun sollten alle Schüler ein Parallelogramm gezeichnet haben.

Wenn die Klasse wirklich motiviert ist, kann man noch ein Modell präsentieren: Vier Stäbe sind an den Enden flexibel miteinander so verbunden, daß sie ein Viereck bilden, dessen Winkel beliebig verändert werden können. Genau in der Hälfte jedes Stabes befindet sich eine Öse, durch die ein Gummiband gezogen werden kann. Man wird feststellen, daß die Gummibänder immer ein Parallelogramm bilden. Mit diesem Experiment kann man den Schülern demonstrieren, wieso das immer der Fall ist. Wenn ein Schüler aktiv lernt, ist die eingebaute Motivation gewahrt.

Im oben genannten Beispiel wird man sehen, aus welchen Originalvierecken was für ein Parallelogramm entsteht. In den meisten Fällen wird es ein gewöhnliches Parallelogramm sein, in einigen Fällen ein Rhombus und manchmal ein Quadrat. Und diese Zusammenhänge zu erkennen ist in diesem Unterricht das Relevante.

*Abbildung:*




Dies ist ein Pantograph oder Storchschnabel. Es handelt sich um ein Gerät das dazu dient, Zeichnungen zu vergrößern oder zu verkleinern. Es ist sogar als Spielzeug erhältlich.

Zur obigen Zeichnung:

(P) ist ein drehbarer Fixpunkt. In der Praxis hat der Pantograph hier ein Drehgelenk, das mit einer Zwinge an der Tischkante festgeschraubt wird.

(A), (B), (C) und (D) sind bewegliche Gelenke, in (D) und in (Q) sind zwei Zeichenstifte befestigt. Zeichnet man nun mit dem Stift in (D) eine Figur, so zeichnet der Stift in (Q) die Figur vergrössert nach, bzw. umgekehrt:

(D) verkleinert die mittels (Q) gezeichnete Figur.
Nun ist die Frage: Wie muß man den Pantograph einstellen, damit die nachgezeichnete Figur doppelt so groß ist? Oder dreimal so groß ? Oder halb so groß ? Das ist ein Experiment, das ein Schüler ausprobieren kann, bzw. ein Mathematiker erklären kann. Es ist für den Schüler ungemein interessant, dies allein zu tun und zu erkennen. Allerdings muß man darauf achten, daß man einen Schüler nicht zu lange daran arbeiten läßt. Das kann er zu Hause tun. Es ist zu wenig Zeit, daß jeder das ausführlich studieren kann. Wichtig ist nur, daß es dem Schüler einen Anreiz gibt und ihn motiviert. Eine Motivation sollte kurz sein und nicht die gesamte Stunde andauern.

Die letzte vorgeschlagene Methode zur Motivierung lautet:

*Methode VIII*: **Vom Lehrer - produzierte oder - mitgebrachte, vorbereitete Materialien verwenden.**

Daß heißt wenn ein Schüler sieht, daß der Lehrer etwas zusammenbastelt oder etwas in die Klasse mitbringt, das ganz neu ist, dann ist das entweder sofort interessant oder er wird zumindest neugierig. Der Lehrer muß nicht mit Kreide an der Tafel den Unterricht beginnen. Man kann auch eine Klasse motivieren, wenn man etwas Außerordentliches für den Unterricht tut.

**Zusammenfassung dieser acht Arten der Motivation:**

1) Man zeigt den Schülern die Lücke in ihrem Wissen; nicht direkt mit Worten, sondern indem man sie von selbst bemerken läßt, daß sie etwas nicht wissen.

2) Die Schüler müssen merken, daß das Gelernte eine logische Reihenfolge hat und daß ein großer Zusammenhang zwischen den verschiedenen Themen besteht.

3) Man fordert die Schüler heraus und gibt ihnen eine Aufgabe, ohne sie jedoch in eine Prüfungssituation zu drängen.

4) Man vermittelt den Schülern, daß der Mathematikunterricht auch einen Nutzen für Dinge auch außerhalb der Mathematik hat, auch wieder, ohne dies direkt auszusprechen.

5) Unterhaltung mit Mathematik. Hier muß man allerdings sehr vorsichtig sein, man darf den Unterricht nicht vernachlässigen. Wenn nämlich diese Motivation zu interessant ist und der Zusammenhang zum vorgebrachten Stoff nicht klar ist, dann wird der darauffolgende Unterricht sehr unbeliebt sein, denn die Schüler werden die Unterhaltung nicht beenden wollen.

6) Eine Geschichte erzählt zu bekommen, ist für die Schüler immer interessant, denn in dieser Zeit müssen sie nicht lernen. Sie werden unterhalten aber sie sollten aufpassen. Der Lehrer muß die Geschichte wirklich in einer interessanten Art und Weise erzählen, und die Geschichte darf auch nicht nur erzählt werden, weil sie gerade paßt.

7) Schüler können aktiv lernen und ein Verständnis für Mathematik erwerben, indem man sie außergewöhnliche mathematische Experimente machen läßt.

8) Etwas Besonderes in die Klasse mitbringen. Die Schüler sind neugierig, wie dies mit dem kommenden Unterricht zusammenhängt.

**Folgende Regeln müssen befolgt werden, wenn man eine Klasse motivieren will:**

- Das Wichtigste ist, daß das, was man zu Beginn der Stunde macht, sehr kurz ist, 5 - 8 Minuten maximal. Die Schüler sollen nicht glauben, daß das, was sie jetzt hören, die Hauptsache des Unterrichts ist. Es soll klar sein, daß es sich nur um eine Einleitung handelt.

- Nach dieser motivierenden Einleitung sollten die Schüler bereits genau wissen, was im Unterricht vorkommen wird, sie sollten das Unterrichtsziel kennen. Ebenfalls ist es wichtig, daß sie es von selbst erkennen.

- Es sollte nicht zu schwer und nicht zu leicht sein, es sollte der jeweiligen Klassenstufe angepaßt sein. Vor allem: es sollte etwas für die Schüler Interessantes sein. Handelt es sich um etwas, was sie nicht verstehen können, weil sie es nie erlebt haben, dann ist es schon falsch. Es muß etwas sein, das für jeden interessant ist, wobei das, was interessant ist, für jeden Schüler etwas anderes bedeuten kann. Diesen differenzierten Ansprüchen zu genügen, erfordert vom Lehrer im Gruppenunterricht außerordentliches Geschick. daß es sich um etwas handeln muß, das die in den Schülern latent vorhandenen Motive wecken kann. Jeder Schüler kommt mit verschiedenen Motiven zum Unterricht, mit verschiedenen Interessen, was er gerne macht. Als Lehrer weiß man natürlich nicht, was das ist. Aber man braucht nur das Gespür dafür zu haben, was alle oder fast alle gerne wollen: z.B.hat jeder Schüler ein Interesse daran, eine Wissenslücke, die er bei sich findet, zu füllen. Es gibt also Motive, die für alle Schüler gelten, und es gibt Motive die z.B. nur für jüngere oder nur für ältere Schüler gelten.

Und das, was man nun zur Motivation tut, muß die bereits exisitierenden Motive verstärken. Das bedeutet *Motivation.*

Es ist sogar möglich, daß, wenn man zwei Klassen mit ähnlichen Schülern hat, dieselbe Technik, die für die eine Klasse gilt, nicht für die andere gilt. In diesem Fall sieht man, daß Motivieren wirklich eine Kunst ist und nicht eine Wissenschaft. Natürlich ist Mathematik eine Wissenschaft, aber wenn man sie unterrichtet, ist eine Portion Kunst dabei. Aber wie dargelegt wurde, unterliegt diese Kunst bestimmten Gesetzmäßigkeiten oder Regeln, deren Beachtung im Unterricht zur zunehmenden Beherrschung von Motivationsprozessen führt.

Es ist schon mehr als Kunst, wenn man alle Schüler gut unterrichtet; daß auch alle gute Noten haben ist natürlich nicht möglich.

In den Vereinigten Staaten wird sehr viel Wert auf Motivation gelegt. Und wir sollten immer darauf bedacht sein, wenn wir Schüler in Mathematik unterrichten, dafür den interessantesten Weg zu finden.

**Empfohlene Literatur:**

Ball, W. W. Rouse & Coxeter, H.S.M.: *Mathematical Recreations and Essays.* Macmillan, 1960.

Berlyne, D.E.: *A Theory of Human Curiosity.* British Journal of Psychology. 1954. S. 180-181.

Berlyne, D.E.: *An Experimental Study of Human Curiosity.* British Journalof Psychology. 1954. S. 256-265.

Dubnov, Y. S.: *Mistakes in Geometric Proofs.* Boston: D. C. Heath, 1963.

*Getting Started in the Secondary Schools.* Ed. : New York City Board of Education, Office of Publications. 1966. S. 96, 97, 100, 112.

Gayles, A.R.: *Instructional Planning in the Secondary Schools.* New York: David McKay Co., 1973. S. 64-69.

Kolesnik, Walter B.: *Motivation Understanding and Influencing Human Behavior.* Boston: Allyn and Bacon Verl., 1978.

Maxwell, E.A.: *Fallacies in Mathematics.* Cambridge Univ. Pr., 1963.

Northrup, E.P. *Riddles in Mathematics.* Princeton, N.J.: D.van Nostrand Co,1944.

Orlick, D.C./u.a.: *Teaching Strategies.* Boston: D.C.Heath & Co., 1985.S. 135-136.

Posamentier, A. S. and Stepelman,J. *Teaching Secondary School Mathematics: Techniques and Enrichment Units,* Third Edition Columbus, Ohio: Merrill/Macmillan Publishing Co. 1990.